Solution 2 :

A - 1°/ a) $\forall x \in \mathbf{R}$: $1+e^{2x} > 0$ donc f est définie, continue et dérivable sur **R**

et $\forall x \in \mathbf{R}$; $f'(x) = \dfrac{e^x\sqrt{1+e^{2x}} - \dfrac{e^{2x}}{\sqrt{1+e^{2x}}}e^x}{1+e^{2x}}$

$$= \frac{e^x(1+e^{2x}) - e^{3x}}{(1+e^{2x})^{\frac{3}{2}}} = \frac{e^{2x}}{(1+e^{2x})^{\frac{3}{2}}} > 0$$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	↗	1

* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{\sqrt{1+e^{2x}}} = 0$

* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{e^x\sqrt{1+\frac{1}{e^{2x}}}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{e^{2x}}}} = 1$

b) f' est dérivable sur **R** et $\forall x \in \mathbf{R}$;

$$f''(x) = \frac{e^x(1+e^{2x})^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}(1+e^{2x})^{\frac{1}{2}}.2e^{2x}e^x}{(1+e^{2x})^3} = \frac{e^x(1-2e^{2x})}{(1+e^{2x})^{\frac{5}{2}}}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 1-2e^{2x} = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = Log\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}Log2$$

$f''(x)$ s'annule en $x_0 = -\dfrac{1}{2}Log2$ en changeant de signe ce qui prouve que le point $I(-\frac{1}{2}Log2, f(-\frac{1}{2}Log2))$ est un point d'inflexion de ( ).Or

$f(-\frac{1}{2}Log2) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ donc $I\ (-\frac{1}{2}Log2, \frac{\sqrt{3}}{3})$ est un point d'inflexion de ( ).